

レポート課題

数学と情報処理

2005-07-11

以下の課題を MuPAD と L^AT_EX を用いて解き清書し提出してください。単に答だけを書くのではなく、導出過程についてもそれなりに詳細に記述しましょう。

1 学籍番号からマジックナンバーを計算

自分の学籍番号

$$[ABC]y_1y_2-n_1n_2n_3n_4$$

を考えます。先頭のアルファベット A, B, C を A = 1, B = 2, C = 3 で置き換えたものを s とします。そして 10 進 7 桁の数字 x を

$$x = sy_1y_2n_1n_2n_3n_4$$

と定義します。 x を 2 乗して $2^{19} - 1$ で割った余りに 2^{17} を加えた値 m があなたのマジックナンバーです。

$$m = (x^2 \bmod (2^{19} - 1)) + 2^{17}$$

たとえば学籍番号が C89-1234 の人であれば $x = 3891234$ ですから $m = (3891234^2 \bmod (2^{19} - 1)) + 2^{17} = 537395$ となります。

2 数値計算

m と $m^2 + 1$ を各々素因数分解してみましょう。また $\frac{\pi}{\sqrt{m}}$ を小数点以下 15 桁まで計算してみましょう。

3 数式操作

マジックナンバー m の各桁の数字を巾数として x の多項式 p を考えます。たとえば $m = 537395$ であれば

$$p = x^5 + x^3 + x^7 + x^3 + x^9 + x^5 = 2x^3 + 2x^5 + x^7 + x^9$$

となります。

1. p を因数分解してみましょう (できない可能性もあります)。
2. p^2 を展開してみましょう。

4 微積分 (1)

m の各桁の数字を加えて 5 で割った余りを k とします。たとえば $m = 537395$ であれば $m = (5 + 3 + 7 + 3 + 9 + 5) \bmod 5 = 32 \bmod 5 = 2$ となります。次に f を $(x + 1)^k(x - 1)^{5-k}$ と定義します。

1. f を x で微分した式を求めましょう。
2. f の x による不定積分の求めましょう。
3. f を $x = 0$ から $x = 1$ の範囲で定積分した結果を求めましょう。

なお適当に簡約したり因数分解したりすると見易くなることもあります。

5 微積分 (2)

n 次のエルミート多項式 H_n は以下の式で定義されます。

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$$

1. $n = 0 \dots 4$ に対しての $H_n(x)$ を計算してみましょう。
2. $H_k(x) + H_{5-k}(x)$ の微分と不定積分を計算してみましょう。
3. $n = 0 \dots 4$ に対しての $H_n(x)$ のグラフを書いてみましょう。

6 線形代数

m の上位 6 桁を $a_{11}a_{12}a_{21}a_{22}b_1b_2$ と定義します。そして行列 A とベクトル b を

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

と定義します。ただし A が正則でない場合は a_{ij} を適当に入れ替えるかあるいは $+1$ するなどの操作をおこない正則にするものとします。たとえば $m = 537395$ であれば

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \end{pmatrix}$$

となります。

1. A の行列式を求めてください。
2. $A^2 - (a_{11} + a_{22})A + \det(A)E$ を計算してください。
 - ここで E は 2×2 の単位行列です。
 - MuPAD では E は自然対数の底 e として定義済みなので変数名としては使えません。
 - MuPAD では `linalg::tr(A)` で行列 A の対角要素の和が計算できます。
3. $Ax = b$ となるベクトル x を求めてください。

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}$$

7 自由課題

自分でおもしろいと思った計算・定理・証明、あるいはグラフなどを自由に \LaTeX で表現してください。基本的にはボーナス部分なので気軽にどうぞ。他のソフトウェアなどの利用も可ですが、その際にはどこで入手できる何をどう使ったかきちんと明記してください。ただし MuPAD も \LaTeX も使っていない場合はノーカウントとします。

8 感想など

ここは自由記入です。この講義を受けての感想その他、好きなことを書いてください。また批判的な記述についても歓迎します (しそれで採点が良くなることはあっても悪くなることはありません)。

付録 A 評価

基本はレポート課題の完成度ですので、ここが十分できていればそれだけで A 評価です。それに加えて、毎回のアンケートと先に出した課題提出 (これはいまのところ誰もいませんが) を総合して評価します。

なお、あきらかに他人の丸写しだったり、明白な嘘を書いた場合 (ex. 一度も出席していないのにあたかも出席していたような記述をする、など) は単位無しとします。

付録 B 提出方法

- 原稿: 全体で 1 個の \LaTeX ファイルとして作成してください。別ファイルがある場合はその旨を注記して、適当なアーカイバ (LHA など) でまとめてください。ようするに、受けとった人がそのままコンパイルを実行できるようにしてください、ということです。
- 出力結果を印刷したもの、あるいは PDF ファイル化したもの。

の 2 点を提出してください。

- 原稿のファイル名は メールアドレス.tex としてください。たとえば学籍番号が C89-1234 で大学のメールアドレスが c891234z@u-gakugei.ac.jp の人であれば c891234z.tex となります。
- 全部できなかった人は途中まででもかまいません。
- どうしても手書きで補足したい部分があるときは別紙やポストイットなどを使ってください。
- `\author` に氏名と学籍番号の記入を忘れないようにしましょう。

なお具体的な提出方法は事務方と調整中なのでもうちょっと待ってください。